אינפי

יש ספר של דייויד מילר - הכי קרוב להרצאות

ציון סופי - בחינה בסוף סמסטר(80%) + ציון תרגיל(20%)=תרגילים+בוחן

ציון התרגיל תופס רק אם הוא גבוה יותר מציון הבחינה

נושאי הקורס

* R - המספרים הממשיים
* אנליזה על המספרים הממשייים

שתי גישות להגדרה

1. המספרים הממשיים הם הנקודות על קו ישר
2. מספר שלם+פיתוח עשרוני => <פיתוח עשרוני>.<מספר>

N=מספרים טבעיים={1,2,3}

Z=מספרים שלמים={…-2,-1,0,1,2…}

Q={m/n:mEN,mEZ}=מספרים רציונאלים

Q=מספרים רציונאלים={m/n:nεN,mεZ}

m/n=p/q => mq=np

שדה

הגדרה

נאמר ש(F,+,\*) הוא שדה באשר F הוא קבוצה ו+,\* הן פעולות בינאריות המוגדרות על FxF אם קיימים הכללים הבאים:

1) לכל a,bεF מתקיים a+bεF

2) קיים 0εF כך שלכל aεF מתקיים a+0=0+a=a

3) לכל aεF קיים (-a)εf כך ש a+(-a)=(-a)+a=0

4) לכל a,b,cεF מתקיים (a+b)+c=a+(b+c)

5) לכל a,bεF מתקיים a+b=b+a

1') לכל a,bεF מתקיים a\*bεF

2') קיים 1εF כך שלכל aεF מתקיים a\*1=1\*a=a

3') לכל aεF קיים a^-1εf כך ש a\*a^-1=a^-1\*a=1

4') לכל a,b,cεF מתקיים (a\*b)\*c=a\*(b\*c)

5') לכל a,bεF מתקיים a\*b=b\*a

6) לכל a,b,cεF מתקיים a\*(b+c)=a\*b+a\*c

דוגמאות: Q,R

דוגמה לשדה: ({0,1},+,\*)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| + | 0 | 1 |  | \* | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |  | 1 | 0 | 1 |

עוד דוגמה: F={0,1,a}

+ 0 1 a \* 0 1 a

0 0 1 a 0 0 0 0

1 1 a 0 1 0 1 a

a a 0 1 a 0 a 1

משפטים של שדות

1)0\*a=0 לכל aεF

a=1\*a=(1+0)\*a=1\*a+0\*a=a+0\*a => a=a+0\*a => -a+a=-a+a+0\*a => 0=(-a+a)+0\*a, 0=0+0\*a => 0=0\*a מש"ל

2)(-1)\*a=-a

0=0\*a=(1+(-1))\*a=1\*a+(-1)a=a+(-1)a => 0=a+(-1)a => 0+(-a)+a+(-1)a=-a+a+(-1)a=0+(-1)a=(-1)a => -a=(-1)\*a מש"ל

3) לכל aεF מתקיים a=-(-a)

-(-a)=0+(-(-a))=a+(-a)+(-(-a))=a מש"ל

הגדרה - שדה סדור

שדה סדור הינו שדה(F,+,\*) עם סדר בינרי > המוגדר על FxF כך ש:

1) לכל a,bεF או a<b או b=b או b<a

2) לכל a,b,cεF אם a<b וb<c אזי a<c

3) אם a<b אזי a+c<b+c לכל a,b,cεF

4) לכל a,b,cεF אם a<b ו 0<c אזי a\*c<b\*c

דוגמאות: (Q,<), (R,<) כאשר > מובן כרגיל

מוסכמות:

לפעמים נכתוב b>a במקום a<b

מעכשיו נכתוב ab במקום a\*b

בהמשך נכתוב a≤b אם a<b או a=b

יהי (F,<) שדה סדור

הגדרה: P={aεF:0<a}

עובדות:

1:P\*PcP

נניח b,cεP => 0<b,0<c => 0\*0<b\*c => 0<b\*c מש"ל

II) P+PcP:

v,cεP => 0<b,0<c=0+c<b+c => 0<b+c מש"ל

III) -P={-a:aεP}, D=PU{0}U(-P)

p∩(-P)=Φ

הוכחה

לכל aεF או 0<a או 0=a או a<0

הצדקה של a<0: אם a<0 => 0=a+(-a)<0+(-a)=-a => -aεP => aεP

להניח שaεP∩aε(-P) אזי a<0 וגם 0<a => סתירה מש"ל